

銜接高中課程教材

1-1 二項式相乘公式： $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

[範例 1] (1) $(x+2)(x+3)$ (2) $(2x+y)(3x-y)$

1-2 完全平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

[範例 2] (1) $(2x+3y)^2$ (2) $(2x-3y)^2$

1-3 平方差公式： $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

[範例 1] (1) $(3x+4y)(3x-4y)$ (2) $(2a+b)(2a-b)$

1-4 立方和公式： $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + ab + b^2) =$ _____

[範例 1] (1) $\sin^3 x + \cos^3 x$ (2) $8a^3 + 125b^3$

1-5 立方差公式： $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2) =$ _____

[範例 1] (1) $8x^3 - 1$ (2) $\frac{a^3}{27} - \frac{b^3}{8}$

1-6 多項式除法

- [範例 1] (1) $(x^2 + 4x + 2) \div (x + 1)$ (2) 求 $(2x^3 + 5x^2 + x + 5) \div (x + 2)$
(3) $(6x^3 - 7x^2 - 4x + 8) \div (3x^2 + x - 2)$

2-1 十字交乘

- [範例 1] (1) $x^2 - x - 90$ (2) $5x^2 - 5x - 10$ (3) $9x^2 - 35x - 4$

- 2-2 根式的計算 : (1) $\sqrt{a \times a} = a$, $a > 0$ (2) $\sqrt{a \times a \times a} = a\sqrt{a}$, $a > 0$
(3) $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$, $a > 0, b > 0$ (4) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$, $a > 0, b > 0$

- [範例 1] (1) $\sqrt{3} \times \sqrt{12}$ (2) $\sqrt{\frac{1}{5}} \times \sqrt{\frac{45}{4}}$ (3) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ (4) $\sqrt{\frac{6}{5}} \div \sqrt{\frac{2}{15}}$

- [範例 2] (1) $\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{63}$ (3) $\sqrt{\frac{45}{2}}$

2-3 根式的加減計算：同類方根才可相加減

[範例 1] (1) $-3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 7\sqrt{2} - 6\sqrt{3}$ (2) $-\sqrt{12} + 4\sqrt{3} + \sqrt{75} - \sqrt{18}$

(3) $\sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{3}{4}} + \sqrt{54} + \frac{1}{\sqrt{3}}$

2-4 根式的乘積：同次方根才可相乘

[範例 1] (1) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ (2) $(\sqrt{7} + \sqrt{2})(\sqrt{7} - \sqrt{2})$

2-5 根式分母的有理化

[範例 1] (1) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

2-6 雙重根號的化簡： $\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ，其中 $x = a + b$, $y = ab$

[範例 1] (1) $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ (2) $\sqrt{8-\sqrt{28}}$ (3) $\sqrt{4-\sqrt{7}}$

2-7 根式分母的有理化

[範例 1] (1) $\frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{3}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$

3-1 一元二次方程式的解法：(1) 十字交乘 (2) 配方法 (3) 公式法

[範例 1] (1) $2x^2 - 5x + 2 = 0$ (2) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (3) $2x^2 + 4x - 6 = 0$

[範例 2] 利用配方法

(1) $x^2 - 6x + 2 = 0$ (2) $3x^2 + 5x - 4 = 0$

3-2 根的判別式：(1) $b^2 - 4ac > 0$, _____ (2) $b^2 - 4ac = 0$, _____ (3) $b^2 - 4ac < 0$, _____

[範例 1] 判別下列方程式兩根之性質 (1) $x^2 + 3x - 5 = 0$ (2) $2x^2 - 5x + 6 = 0$ (3) $-x^2 + 6x - 9 = 0$

[類題練習2] 已知 a 為正整數且方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ 有一個二重根，求 a 之值

3-3 一元二次方程式的根與係數的關係

若 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 α, β ，則 (1) $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ (2) $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

此方程式可改成 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

[範例1]

若 $x^2 + 3x - 8 = 0$ 的兩根為 α, β ，則 (1) $\alpha + \beta = ?$ (2) $\alpha \cdot \beta = ?$ (3) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$

(4) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$ (5) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = ?$

[範例2] 求下列根之方程式： (1) $5, -2$ (2) $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}$ (3) $-3, -1$

[範例3] 若 α, β 為 $x^2 + 10x - 50 = 0$ 的兩根，求以 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 為兩根的方程式

4-1 函數的概念：

[範例1] 設 $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ ，則 (1) $f(0) = ?$ (2) $f(-\frac{2}{5}) = ?$ (3) $f(a-1) = ?$

4-2 二次函數的圖形： $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x-h)^2 + k$

(1) 圖形為拋物線 (2) 頂點為 (h, k) ；又稱為最高或最低點

(3) $x-h=0$ 稱為對稱軸方程式 (4) 當 $x=h$ 時， $f(x)$ 有最大，小值 k

[範例 1] 寫出下列函數圖形的頂點：

(1) $y = 3(x-1)^2 + 2$

(2) $y = -3(x+1)^2 + 1$

(3) $y = 2(x-3)^2 - 1$

銜接高中課程教材 (練習題)

1-1 二項式相乘公式： $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

[類題練習 1]

(1) $(5x + 2)(2x - 3)$	(2) $(-2x + 3)(3x - 4y)$
------------------------	--------------------------

1-2 完全平方公式： $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

[類題練習 2]

(1) $(3x + 1)^2$	(2) $(x - 5y)^2$
------------------	------------------

1-3 平方差公式： $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

[類題練習 1]

(1) $(4x + 1)(4x - 1)$	(2) $(x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$
------------------------	------------------------------------

1-4 立方和公式： $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + ab + b^2)$

[類題練習 1]

(1) $27x^3 + 64$	(2) $a^3 + \frac{1}{8}b^3$
------------------	----------------------------

1-5 立方差公式： $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

[類題練習 1]

(1) $125x^3 - \frac{b^3}{8}$	(2) $a^3 - 27b^3$
------------------------------	-------------------

1-6 多項式除法

[類題練習 1]

(1) $(2x^2 + x + 5) \div (x + 3)$	(2) $(6x^3 - x^2 + 8x - 3) \div (x + 1)$
-----------------------------------	--

2-1 十字交乘

[類題練習 1]

(1) $5x^2 + 2x - 51$	(2) $x^2 + x - 380$
(3) $9x^2 - 35x - 4$	(4) $2x^2 + 5x - 12$

2-2 根式的計算

[類題練習 1]

(1) $\sqrt{5} \times \sqrt{20}$	(2) $\sqrt{\frac{27}{8}} \times \sqrt{\frac{2}{3}}$
(3) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$	(4) $\sqrt{\frac{15}{4}} \div \sqrt{\frac{3}{5}}$

[類題練習 2]

(1) $\sqrt{24}$	(2) $\sqrt{180}$
(3) $\sqrt{\frac{27}{2}}$	(4) $\sqrt{\frac{75}{7}}$

2-3 根式的加減計算：同類方根才可相加減

[類題練習 1]

(1) $4\sqrt{6} - 8\sqrt{3} + 7\sqrt{6} - 4\sqrt{3}$	(2) $3\sqrt{5} + 6\sqrt{3} - \sqrt{45} + \sqrt{75}$
(3) $\sqrt{\frac{5}{3}} + \sqrt{\frac{7}{16}} + \sqrt{60} + \frac{1}{\sqrt{7}}$	

2-4 根式的乘積：同次方根才可相乘

[類題練習 1]

(1) $(\sqrt{2} + \sqrt{5})(\sqrt{3} + \sqrt{75})$	(2) $(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)$
---	------------------------------------

2-5 根式分母的有理化：

[類題練習 1]

(1) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$	(2) $\frac{2}{\sqrt{15} - 3}$
-------------------------------------	-------------------------------

2-6 雙重根號的化簡： $\sqrt{x \pm 2\sqrt{y}} = \sqrt{a} \pm \sqrt{b}$ ，其中 $x = a + b$ ， $y = ab$

[類題練習 1]

(1) $\sqrt{7 + 2\sqrt{12}}$	(2) $\sqrt{12 - 4\sqrt{5}}$
(3) $\sqrt{3 + \sqrt{5}}$	

2-9 根式分母的有理化：

[類題練習 1]

(1) $\frac{1}{2\sqrt{5}-\sqrt{3}}$	(2) $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{2}}$
------------------------------------	-----------------------------------

3-1 一元二次方程式的解法：(1) 十字交乘 (2) 配方法 (3) 公式法

[類題練習 1].

(1) $(3x^2 + 10x + 3 = 0$	(2) $4x^2 - 3x - 2 = 0$
---------------------------	-------------------------

[類題練習 2]

(1) $x^2 - 6x + 8 = 0$	(2) $2x^2 + 4x - 6 = 0$
------------------------	-------------------------

3-2 根的判別式

[類題練習 1]

判別下列方程式兩根之性質 (1) $x^2 - 8x - 20 = 0$ (2) $6x^2 - 7x + 3 = 0$
(3) $16x^2 + 8x + 1 = 0$

[類題練習 2]

已知 a 為正整數且方程式 $x^2 - ax + 3 = 0$ 有一個二重根，求 a 之值

3-3 一元二次方程式的根與係數的關係：

若 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根為 α, β ，則 (1) $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ (2) $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$

此方程式可改成 $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

[類題練習 1]

若 $x^2 + 3x - 8 = 0$ 的兩根為 α, β ，則(1) $\alpha + \beta = ?$ (2) $\alpha \cdot \beta = ?$ (3) $\alpha^2 + \beta^2 = ?$

(4) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = ?$ (5) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} = ?$

[類題練習 2]

求下列根之方程式：(1) $-6, 3$ (2) $-\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}$ (3) $8, 3$

[類題練習 3]

若 α, β 為 $x^2 + 4x + 2 = 0$ 的兩根，求以 α^2, β^2 為兩根的方程式

4-1 函數的概念：

[類題練習 1]

設 $f(x) = 2x^2 - 1$ ，則 (1) $f(5) = ?$ (2) $f(-3) = ?$ (3) $f(x+2) = ?$

4-2 二次函數的圖形

[類題練習 1]

寫出下列函數圖形的頂點： (1) $y = 4(x+1)^2 + 3$ (2) $y = -5(x-1)^2 - 2$